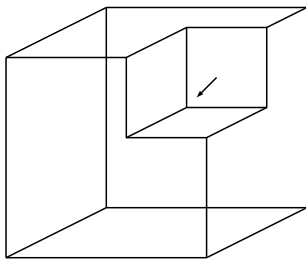
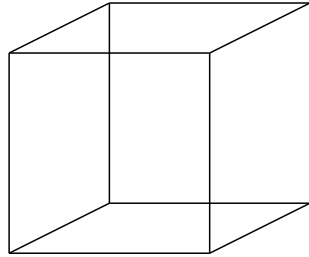


## 1, 2, 3, 4... kubus op papier

Wat zie je hiernaast voor figuur? Als je dat aan mensen vraagt, zullen ze meestal 'een kubus' antwoorden. Toch is dat een beetje gek. Want hoe weet je dat het een kubus is? Het plaatje is namelijk helemaal plat. En een kubus niet. Je denkt een kubus te zien door de diagonale (schuin lopende) lijnen in het plaatje. Het lijkt alsof het vierkant linksonder de voorkant is en het andere vierkant de achterkant. Maar dat hoeft niet! Het kan ook best een platte tekening zijn.



Het figuur hier links is een mooi voorbeeld. Je ziet een kubus, waarvan de hoek rechtsboven vooraan ontbreekt. Maar als je langer kijkt, lijkt het alsof die hoek juist uit de kubus steekt. Alsof hij precies omgeklapt zit. De punt waar het pijltje naar toe wijst, komt dan ineens naar je toe. Kun je beide vormen zien? Je kunt zelfs de hele

kubus binnenstebuiten zien. Dan is het vierkant linksonder juist de achterkant van de kubus en het andere vierkant de voorkant.

Op een velletje papier kunnen we natuurlijk nooit écht een ruimtelijk figuur tekenen. Het papier is immers plat en het figuur niet. We kunnen alleen doen alsof het een ruimtelijk figuur is. Met de schuine lijnen doen we alsof de afbeelding de diepte in gaat en zo maken we het platte figuur toch ruimtelijk.

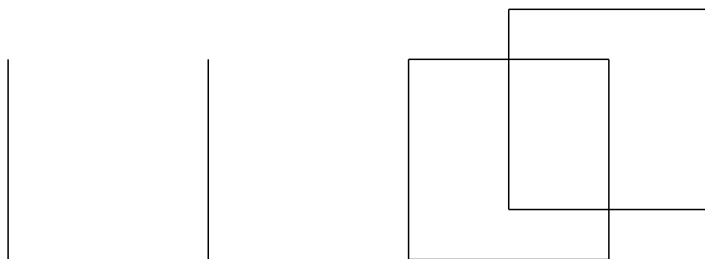
Een plat vlak, zoals dit papier, noemen we tweedimensionaal. Een ruimtelijk figuur, zoals een echte kubus, noemen we driedimensionaal. Je kunt alle plekken op een stuk papier bereiken door eerst een stuk naar links of naar rechts te gaan en daarna een stuk naar boven of naar

beneden. Je hebt dus maar twee hoofdrichtingen nodig. Papier is daarom *twee*-dimensionaal. In de ruimte moet je ook nog naar voren of naar achteren kunnen bewegen om alle punten te kunnen bereiken. Je hebt dus een extra richting nodig. Daarom noemen we de ruimte *drie*-dimensionaal.

### Een vierde dimensie

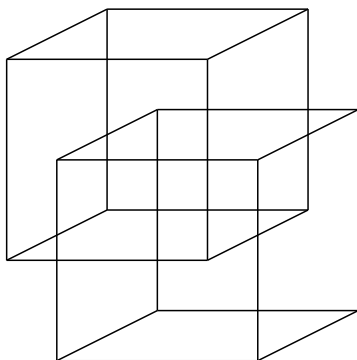
Wiskundigen houden er niet van als rijen ineens ophouden. We hebben *één*-dimensionaal (bewegen over een lijn), we hebben *twee*-dimensionaal (bewegen op het vlak) en *drie*-dimensionaal (bewegen in de ruimte). Hebben we dan ook *vier*-dimensionaal? Het is een beetje gek om je voor te stellen. Je kunt natuurlijk links/rechts gaan, boven/beneden en voor/achter. Dat zijn drie richtingen die echt verschillend zijn. Maar dan zijn de richtingen wel helemaal op. Er bestaat in onze ruimte geen vierde richting meer.

Laten we eenvoudig beginnen. Kijk eens hoe je van een lijn (*één*-dimensionaal) een vierkant maakt. Dat doe je door de lijn tweemaal te tekenen en de punten met nieuwe lijnen te verbinden. Probeer dat hieronder in de linkerfiguur. Op dezelfde manier kun je van een vierkant een kubus maken. Teken twee vierkanten en verbindt de punten met nieuwe lijnen. Probeer dat hieronder in de rechterfiguur.



Aan de rechterkant zie je nu een *afbeelding* van een kubus op papier. Als we consequent doorgaan, kunnen we ook een *afbeelding* maken van een vier-dimensionale kubus. We tekenen dan gewoon twee kubussen en

verbinden opnieuw de hoekpunten met nieuwe lijntjes. Probeer hieronder eens of dat lukt.



Het ziet er misschien een beetje vreemd uit. Een vierdimensionale kubus bestaat in het echt ook helemaal niet. Maar zijn afbeelding bestaat wél! Die heb je zojuist getekend. Zo'n vierdimensionale kubus noemen we ook wel een *hyperkubus*.

### **Hoekpunten, ribben, vlakken en... kubussen**

Figuren als vierkanten en kubussen hebben hoekpunten: plekken waar lijnen samenkomen. Zo heeft kubus precies acht hoekpunten. Tel ze maar eens.

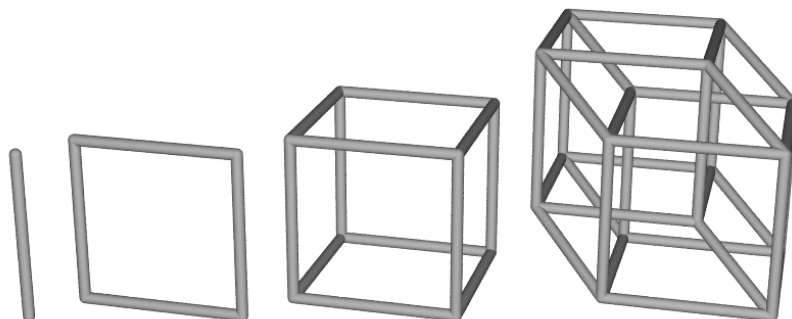
Ruimtelijke figuren hebben ook ribben. Dat zijn de lijntjes die hoekpunten met elkaar verbinden. Ook een vierkant heeft lijntjes die hoekpunten met elkaar verbindt, alleen noemen we ze daar zijdes. Hier noemen we voor het gemak al deze lijntjes ribben. Een kubus heeft twaalf ribben. Tel ze maar eens na.

Vier ribben maken telkens een vierkant. Zo'n vierkant heet een vlak. Een kubus heeft bijvoorbeeld zes vlakken. Tel ook deze vlakken maar eens na.

Nu komt er een ingewikkelde opdracht. We willen graag weten hoeveel hoekpunten, ribben en vlakken een hyperkubus heeft. Zou je die kunnen

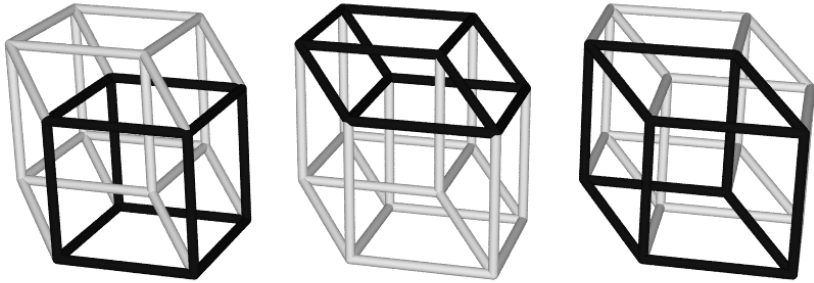
tellen? Vooral bij de vlakken moet je goed oppassen dat je er geen vergeet!

<b>Dimensies</b>	<b>Figuur</b>	<b>Hoekpunten</b>	<b>Ribben</b>	<b>Vlakken</b>
0	Punt	1	–	–
1	Lijn	2	1	–
2	Vierkant	4	4	1
3	Kubus	8	12	6
4	Hyperkubus			



Je ziet dat een vierkant bestaat uit punten (hoekpunten) en lijnen (zijdes). Een kubus bestaat uit punten (hoekpunten), uit lijnen (ribben) en uit vierkanten (vlakken). Maar dan bestaat een hyperkubus dus niet alleen uit punten (hoekpunten), lijnen (ribben) en vierkanten (vlakken), maar ook uit... kubussen!

In het plaatje hieronder zijn drie hyperkubussen getekend. Telkens is in zo'n hyperkubus één kubus zwart gemaakt. Zo zie je dat er in een hyperkubus verschillende kubussen te herkennen zijn.



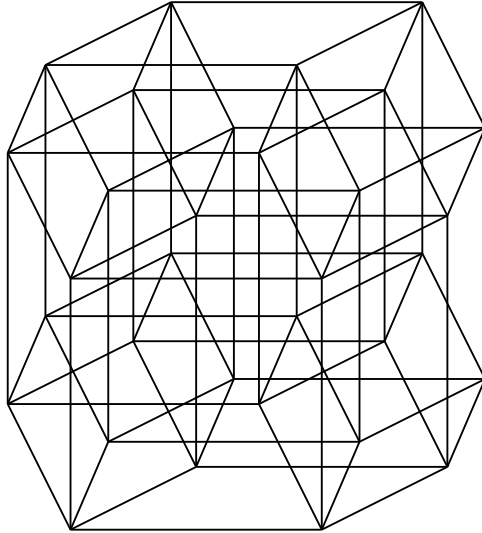
Misschien vind je deze kubussen er wat raar uit zien. Ze lijken een beetje vervormd. Dat komt natuurlijk doordat we niet echt naar de hyperkubus kijken, maar naar een afbeelding van een hyperkubus. En in afbeeldingen wordt een figuur nogal eens vervormd. Denk maar aan de schuin lopende lijnen bij een afbeelding van een gewone kubus. Die lopen in werkelijkheid ook niet schuin, maar gewoon recht.

Probeer nu eens te bedenken uit hoeveel kubussen een hyperkubus bestaat?

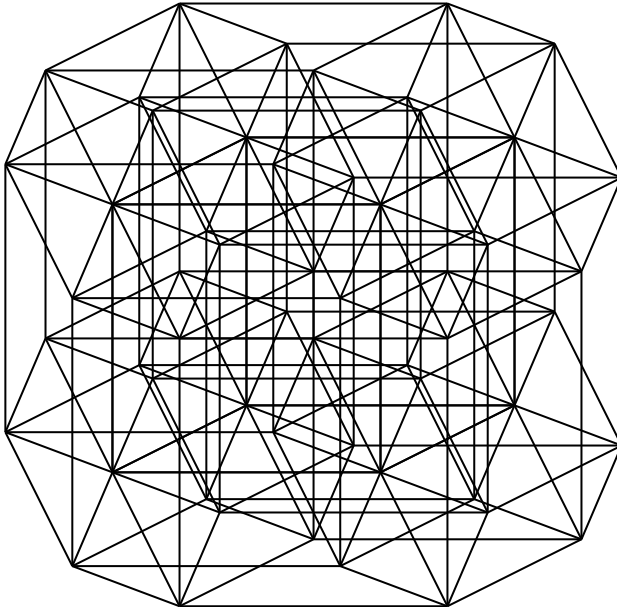
Kun je nu een systeem bedenken om de tabel verder te vullen, ook voor kubussen in vijf dimensies en hoger?

<b>Dimen- sies</b>	<b>Figuur</b>	<b>Hoek- punten</b>	<b>Ribben</b>	<b>Vlakken</b>	<b>Kubus- sen</b>	<b>Hyper- kubussen</b>
0	Punt	1	–	–	–	–
1	Lijn	2	1	–	–	–
2	Vierkant	4	4	1	–	–
3	Kubus	8	12	6	1	–
4	Hyper					1
5	Penteract					
6	Hexeract					

*Martijn Leisink @ [www.wiskunstelaar.nl](http://www.wiskunstelaar.nl)*



*Een afbeelding van een vijfdimensionale kubus, de penteract*



*Een afbeelding van een zesdimensionale kubus, de hexeract*