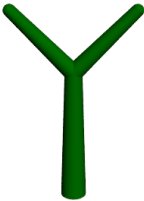


Bomen met Pythagoras

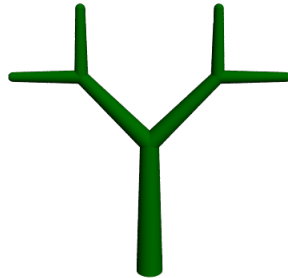
Misschien weet je al wat een Pythagorasboom is. Dat is een fractal. Een eindeloze herhaling van een simpel patroon. In dit geval begin je met een simpele streep, zoals hiernaast. Dat zal straks de stam van de Pythagorasboom worden.



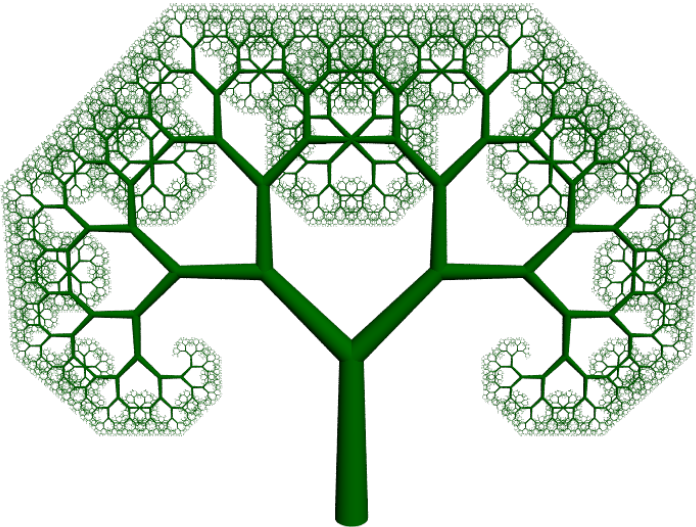
Bovenop de stam komt de eerste vertakking: één tak gaat met 45° naar links, de andere met 45° naar rechts. En natuurlijk maak je ze iets kleiner, omdat takken dunner zijn dan de stam. Je krijgt dan het linkerfiguur.



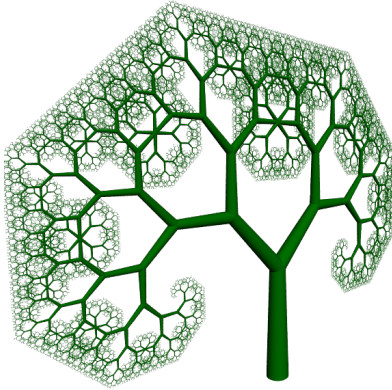
Je snapt wel dat je dit patroon kunt herhalen. Bovenop de eerste takken komen dan weer nieuwe vertakkingen. Zo krijg je het figuur aan de rechterkant.



Als je dit steeds maar blijft herhalen, krijg je een figuur dat we de Pythagorasboom noemen.



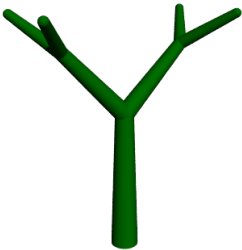
Een derde dimensie



Het figuur op de vorige pagina heeft natuurlijk wel iets weg van een boom, maar het ziet er toch maar kunstmatig uit.

Je kunt het figuur een beetje draaien om de stam (zoals hiernaast), maar het blijft hartstikke plat. Een saai tweedimensionale boom in drie dimensies.

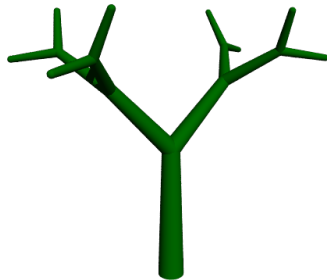
Om de boom echt driedimensionaal te maken, moeten we de stappen een klein beetje aanpassen. Nu is elke vertakking nog in het platte vlak. Maar niets weerhoudt ons ervan in elke stap de twee nieuwe takken een derde dimensie te geven.



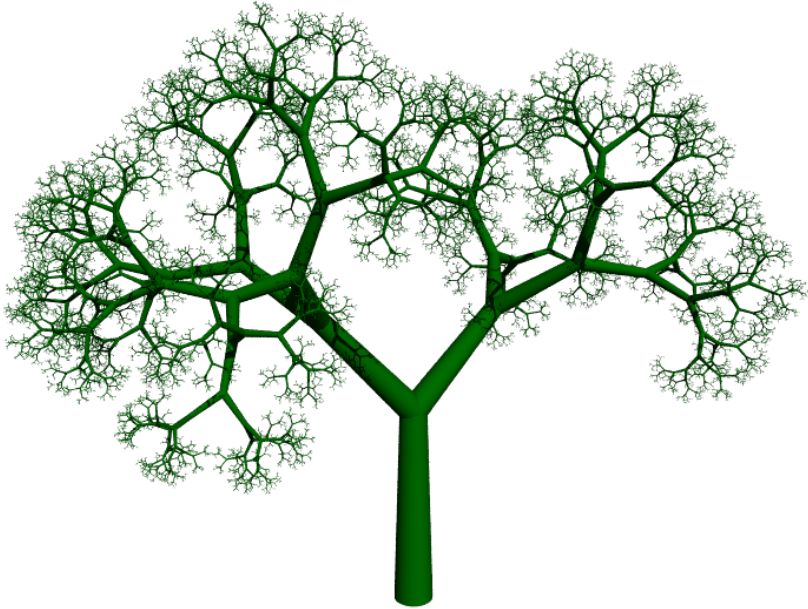
Hiernaast zie je de eerste tweede stappen van onze Pythagorasboom. Op elke tak zetten we opnieuw twee twijgen, ieder onder een hoek van 45° . Maar ditmaal draaien we de tak zelf ook nog eens 90° om zijn as!

En dat helpt! In de derde stap zie je nog duidelijker wat het effect is. Elk paar takken staat 90° gedraaid ten opzichte van hun twijgen.

Als je dit oneindig blijft herhalen, krijg je een driedimensionale Pythagorasboom die er plotseling heel natuurlijk uit ziet.



Een goed voorbeeld van hoe fractals gebruikt kunnen worden om natuurlijke afbeeldingen te maken.



Zelf maken

De plaatjes zijn gemaakt met POV-ray. Dat is een open source (gratis) raytracingprogramma. Je kunt eenvoudig programmeren wat je ziet en hoe je het ziet. POV-ray rekent uit hoe het beeld (inclusief schaduwen, enz.) eruit komt te zien.

Op de volgende pagina staat het bestand dat gebruikt is om de laatste boom te genereren. Probeer vooral ook zelf de hoeken van de vertakkingen aan te passen of de verkleiningsfactor per stap. Misschien kun je wel een derde tak per stap toevoegen.

Download POV-ray op <http://www.povray.org/download/>

Martijn Leisink @ www.wiskunstelaar.nl

```

// plaats de camera, lichtbron en een witte achtergrond
camera { location <0,2,-3.5> look_at <0,1.6,0> }
light_source { <1000,2000,-3000> rgb 1 }
background { rgb <1,1,1> }

// een macro die zichzelf aanroept om de boom te maken
#macro pythagorasboom(diepte)
union {
  // de diepte bepaalt hoelang er doorvertakt wordt
  #if(diepte > 0)
    object { // de eerste vertakking onder -45°
      pythagorasboom(diepte-1)
      scale 1/sqrt(2) // volgende tak iets kleiner
      rotate 90*y
      rotate -45*z
      translate <0,1,0> // en bovenop de vorige
    }
    object { // de tweede vertakking onder 45°
      pythagorasboom(diepte-1)
      scale 1/sqrt(2)
      rotate 90*y
      rotate 45*z
      translate <0,1,0>
    }
  }
#end
cone { // dit is een tak; die loopt wat taps toe
  <0,0,0>, 0.1
  <0,1,0>, 0.1/sqrt(2)
}
sphere { // een bol ter hoogte van de vertakking
  <0,1,0>, 0.1/sqrt(2)
}
}
#end

object {
  pythagorasboom(15)
  rotate -30*y
  pigment { rgb <0,0.6,0> } // groen kleurtje
}

```